

文章编号: 2095-2163(2024)03-0028-09

中图分类号: TP301

文献标志码: A

# 多策略协同优化的北方苍鹰优化算法及应用

雷文静, 何庆

(贵州大学 大数据与信息工程学院, 贵阳 550025)

**摘要:** 针对北方苍鹰优化算法(Northern Goshawk Optimization algorithm, NGO)存在寻优精度低、收敛速度慢及易陷入局部最优值等问题, 本文提出多策略协同优化的北方苍鹰优化算法(BLONGO)。首先, 使用最优个体引领策略提高算法的收敛速度与精度; 同时, 采用增强莱维飞行策略避免种群个体陷入局部最优值; 其次, 使用小孔成像策略对当前最优值进行扰动, 增加种群多样性, 进而提升算法寻优精度。通过10个基准测试函数、Wilcoxon秩和检验寻优对比, 验证改进算法在寻优精度、收敛速度及鲁棒性上得到了提升。最后, 引入2个工程优化问题, 进一步说明BLONGO在解决实际工程问题时的有效性与可行性。

**关键词:** 北方苍鹰优化算法; 最优个体引领策略; 莱维飞行; 小孔成像; 工程应用

## Northern Goshawk Optimization algorithm for multi-strategy co-optimization and its application

LEI Wenjing, HE Qing

(College of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

**Abstract:** To solve the problems of the Northern Goshawk Optimization algorithm (NGO), such as low optimization accuracy, slow convergence speed and easy to fall into local optimal values, northern goshawk optimization algorithm for multi-strategy co-optimization (BLONGO) is proposed in this paper. Firstly, the optimal individual leading strategy is used to improve the optimization accuracy and convergence speed of the algorithm. At the same time, the enhanced Levy flight strategy is used to avoid the population individuals falling into the local optimal value. Secondly, the pinhole imaging strategy is used to perturb the current optimal value to increase the population diversity and improve the optimization accuracy of the algorithm. Through 10 benchmark test functions, Wilcoxon rank sum statistical test and partial CEC2014 function optimization comparison, it is verified that the optimization accuracy, convergence speed and robustness of the improved algorithm are improved. Finally, two engineering optimization problems are introduced to further illustrate the effectiveness and feasibility of BLONGO in solving practical engineering problems.

**Key words:** Northern Goshawk Optimization algorithm; optimal individual leading strategy; Levy flight; pinhole imaging; engineering application

## 0 引言

元启发式算法在处理高维度、大规模、多极值的优化问题时, 相比于传统算法更具优势, 不仅降低了计算成本, 而且解决各种问题时具有高度的灵活性, 已被广泛应用于图像处理<sup>[1]</sup>、神经网络<sup>[2]</sup>、数据挖掘<sup>[3]</sup>等领域。近些年提出的元启发式算法各具优势, 如麻雀搜索算法(SSA)<sup>[4]</sup>、鲸鱼优化算法(WOA)<sup>[5]</sup>、帝企鹅优化算法(EPO)<sup>[6]</sup>、灰狼优化算

法(GWO)<sup>[7]</sup>等。

北方苍鹰优化算法(Northern Goshawk Optimization Algorithm, NGO)是2021年Dehghani等学者<sup>[8]</sup>提出的元启发式算法。算法的灵感来源于北方苍鹰的觅食行为, 在全局勘探阶段, 北方苍鹰通过随机个体的搜索定位猎物, 在局部开发阶段, 猎物试图逃跑, 北方苍鹰进行小范围的挖掘, 最终捕获猎物。该算法具有结构清晰、易于实现及稳定性好等优点, 但也同样存在收敛速度慢、寻优精度低和易陷入局部最优

**基金项目:** 国家自然科学基金(62166006); 贵州省科学技术厅(黔科合基础-ZK[2021]一般335)。

**作者简介:** 雷文静(1999-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向: 进化计算、神经网络。

**通讯作者:** 何庆(1982-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向: 大数据应用、进化计算。Email: qhe@gzu.edu.cn

收稿日期: 2023-08-23

值等其他元启发式算法普遍拥有的问题。学者们针对元启发式算法存在的不足,提出不同的改进方法。如:Ouyang等学者<sup>[9]</sup>提出了一种改进的麻雀搜索算法,使用改进的Tent混沌映射对种群进行初始化,增加种群多样性,同时采用柯西突变法更新最优个体位置,提高算法寻优能力。Qiao等学者<sup>[10]</sup>引入自适应搜索包络机制和螺旋位置,有效平衡鲸鱼优化算法的全局开发和局部探索。Xing<sup>[11]</sup>使用Levy飞行和反向学习的方法,提高帝企鹅优化算法探索、开发能力。滕志军等学者<sup>[12]</sup>将粒子群算法的思想引入到灰狼优化算法中,保留灰狼个体最佳位置信息。

尽管上述文献中的改进方法在一定程度上提升了算法的寻优精度和速度,但仍存在易陷入局部最优值、探索能力不足的情况。因此,为了加强NGO的寻优性能和实用性,本文提出了多策略协同优化的北方苍鹰优化算法(BLONGO)。

## 1 北方苍鹰优化算法

北方苍鹰优化算法(NGO)的灵感来源于北方苍鹰的猎捕行为,该行为主要包含2个阶段。第一个阶段、勘探阶段,即北方苍鹰进行猎物识别并发起攻击的阶段;第二个阶段、开发阶段,即北方苍鹰追逐及猎物尝试逃跑的阶段。北方苍鹰种群个体可建模如下:

$$x_i = LB_i + r_1 \times (UB_i - LB_i), i = 1, 2, \dots, n - 1, n \quad (1)$$

其中,  $x_i$  是第  $i$  个北方苍鹰的位置,表示  $n$  个种群里的候选解;  $UB_i$ 、 $LB_i$  分别是搜索域的上、下边界;  $r_1$  是  $(0, 1)$  之间的随机数。

在第一阶段,种群在搜索空间中随机选择一个个体并发起攻击,其数学模型如下:

$$x_{ij}^{new, p1} = \begin{cases} x_{ij} + r_2(p_{ij} - I * x_{ij}), & F_{p_i} < F_i \\ x_{ij} + r_3(I * x_{ij} - p_{ij}), & F_{p_i} \geq F_i \end{cases} \quad (2)$$

$$p_i = X_k, \quad k = 1, 2, \dots, i - 1, i + 1, \dots, n \quad (3)$$

其中,  $x_{ij}$  为当前迭代时种群的位置;  $F_i$  为其适应度值;  $x_{ij}^{new, p1}$  为迭代更新后种群的新位置;  $p_{ij}$  为与当前个体不同的随机个体;  $F_{p_i}$  为其适应度值;  $r_2$  和  $r_3$  是  $(0, 1)$  之间的随机数;  $I$  为 1 或 2 的随机整数。种群位置更新后,根据更新前、后的适应度值确定是否采用更新后的种群位置,表达式如下:

$$X_i = \begin{cases} X_i^{new, p1}, & F_i^{new, p1} < F_i \\ X_i, & F_i^{new, p1} \geq F_i \end{cases} \quad (4)$$

在第二阶段,北方苍鹰以较快的速度持续追捕猎物,并将其捕获。假设该狩猎行为接近一个半径为  $R$  的攻击方式,则该阶段的数学表达式如下:

$$x_{ij}^{new, p2} = x_{ij} + R(2 * r_4 - 1)x_{ij} \quad (5)$$

$$R = 0.02 * (1 - \frac{t}{T}) \quad (6)$$

其中,  $x_{ij}$  为当前迭代时种群的位置;  $x_{ij}^{new, p2}$  为迭代更新后种群的新位置;  $r_4$  是  $(0, 1)$  之间的随机数;  $t$  为当前迭代次数;  $T$  为最大迭代次数。与第一阶段相似,确定是否更新种群位置的表达式如下:

$$X_i = \begin{cases} X_i^{new, p2}, & F_i^{new, p2} < F_i \\ X_i, & F_i^{new, p2} \geq F_i \end{cases} \quad (7)$$

## 2 多策略协同优化的北方苍鹰优化算法

### 2.1 最优个体引领策略

第一阶段中,种群选择与当前个体不同的随机个体进行攻击。这种位置更新方式有利于算法在迭代前期对未知个体的探索,但在迭代后期,种群接近收敛,随机个体的盲目性导致算法收敛速度慢、寻优精度不高。针对上述问题,本文采用最优个体引领策略,在算法迭代的前期(迭代次数小于总迭代次数的一半),仍采用式(2)的随机个体引领更新方式,在算法迭代的后期,采用最优个体的引领更新方式,其数学表达式如下:

$$x_{ij}^{new, p1} = \begin{cases} x_{ij} + r_1(x_{best} - I * x_{ij}), & F_{x_{best}} < F_i \\ x_{ij} + r_2(I * x_{ij} - x_{best}), & F_{x_{best}} \geq F_i \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $x_{best}$  为种群的当前最优个体,  $F_{x_{best}}$  为其适应度值。

在第一阶段的寻优过程中,对种群的位置更新进行分段处理,不仅可以保持算法在迭代前期对未知个体的探索,而且在迭代后期使用最优个体的引领,可提高算法的寻优精度和收敛速度。

### 2.2 增强莱维飞行策略

在NGO的寻优过程中,不论在第一阶段、还是第二阶段,当前个体都起到了关键性作用。经过第一阶段的位置更新,在第二阶段时,当前个体陷入局部最优值的可能性更大,因此在第二阶段引入增强莱维飞行策略,促使当前个体顺利跳出局部最优值。更新后的位置更新公式如下:

$$x_{ij}^{new, p2} = x_{ij} * \alpha(t) * 0.05 * \frac{\mu * \sigma}{|\nu|^{\frac{1}{\beta}}} + R(2 * r_2 - 1)x_{ij} \quad (9)$$

$$\sigma = \left( \frac{\Gamma(1 + \beta) * \sin(\pi\beta/2)}{\Gamma(\frac{1 + \beta}{2}) * \beta * (2^{\frac{\beta-1}{2}})} \right)^{(1/\beta)} \quad (10)$$

$$\alpha(t) = \left( \left( 1 - \frac{t}{T} \right)^{\left( \frac{t}{T} \right)} \right)^2 \quad (11)$$

其中,  $\mu$  和  $\sigma$  是  $(0, 1)$  之间的随机数;  $\beta$  是默认常数, 取值为 1.5;  $\alpha(t)$  是随迭代次数动态变化的系数因子;  $t$  为当前迭代次数;  $T$  为最大迭代次数。本文在基本的莱维飞行上做了强化, 引入  $\alpha(t)$ , 其值随迭代次数的增加非线性递减, 在一定程度上减小了莱维飞行的不确定性。具体分析如下: 在迭代前期, 若莱维飞行随机数取值较小, 较大的  $\alpha$  值保留了当前个体以较大的步长逃离局部最优的可能性; 在迭代后期, 种群个体接近收敛, 若莱维飞行随机数取值较大, 不利于算法求得高精度的解, 较小的  $\alpha$  值保留了当前个体以较小的步长逃离局部最优的可能性。

### 2.3 小孔成像策略

在算法迭代的后期, 种群的多样性减少, 种群将会集中出现在当前最优个体附近。在此前的 2 种改进策略中, 虽然改变了种群的引领方式、促使种群逃离局部最优值, 却未对种群位置进行扰动。所以, 本文提出小孔成像的策略, 并将其逐维运用到当前最优值上, 不仅避免种群个体之间相互干扰, 还能对当前最优解进行位置扰动, 增加当前最优解的多样性。其一维数学模型如下:

$$\frac{(a + b)/2 - x}{x^* - (a + b)/2} = \frac{p}{p'} \quad (12)$$

若将其拓展到多维空间, 并应用于当前最优值, 则表达式变为:

$$\frac{(a_i^j + b_i^j)/2 - x_{\text{best}}^j}{x_{\text{best}^*}^j - (a_i^j + b_i^j)/2} = \frac{p}{p'} \quad (13)$$

设缩放因子  $p/p' = k$ , 通过变换可以得到基于小孔成像的解为:

$$x_{\text{best}^*}^j = \frac{(a_i^j + b_i^j)}{2} + \frac{(a_i^j + b_i^j)}{2 \times k} - \frac{x_{\text{best}}^j}{k} \quad (14)$$

其中,  $a_i^j$ 、 $b_i^j$  分别表示第  $i$  个种群第  $j$  维的上、下边界,  $x_{\text{best}}^j$  表示当前最优值第  $j$  维对应的数值。本文设置缩放因子  $k$  的取值范围为  $[-1.5, 1.5]$ , 以一维平面为例, 小孔成像的解将不仅可以存在于小孔屏幕的右侧, 还可以存在于左侧, 增加了当前最优值的多样性, 从而提升算法寻优精度。

虽然对当前最优值使用小孔成像的方法进行扰

动, 在下次迭代中, 有助于种群逃离局部最优值, 但没法保证扰动后的当前最优解一定优于扰动前的解。因此, 对比扰动前、后种群位置的适应度值, 保留对位置更新更具价值的当前最优解。其数学模型如下:

$$x_{\text{best}} = \begin{cases} x_{\text{best}}, & f(x_{\text{best}}) < f(x_{\text{best}^*}) \\ x_{\text{best}^*}, & f(x_{\text{best}}) \geq f(x_{\text{best}^*}) \end{cases} \quad (15)$$

## 3 实验仿真与结果分析

### 3.1 仿真环境与测试函数

仿真实验均在 Intel (R) Core (TM) i5 - 6500CPU、3.20 GHz 主频、Windows 10 (64 位) 操作系统上完成, 编程软件为 Matlab R2016a。表 1 列出了实验所需的 10 个基准测试函数。其中,  $F1 \sim F5$  为单峰函数,  $F6 \sim F8$  为复杂多峰函数,  $F9 \sim F10$  为固定维度的多峰函数。

表 1 基准测试函数

Table 1 Benchmark functions

编号	名称	维度	定义域	理论值
F1	Sphere	30/200/500	$[-100, 100]$	0
F2	Schwefel.2.22	30/200/500	$[-10, 10]$	0
F3	Schwefel.1.2	30/200/500	$[-100, 100]$	0
F4	Schwefel.2.21	30/200/500	$[-100, 100]$	0
F5	Quartic	30/200/500	$[-1.28, 1.28]$	0
F6	Rastrigin	30/200/500	$[-5.12, 5.12]$	0
F7	Ackley	30/200/500	$[-32, 32]$	0
F8	Griewank	30/200/500	$[-600, 600]$	0
F9	Kowalik's	4	$[-5, 5]$	0.000 3
F10	Goldstein	2	$[-2, 2]$	3

### 3.2 不同改进策略数值寻优对比

为了验证各改进策略的有效性, 将标准的北方苍鹰优化算法 (NGO)、引入最优个体引领策略的北方苍鹰优化算法 (BNGO)、引入增强莱维飞行策略的北方苍鹰优化算法 (LNGO)、引入小孔成像策略的北方苍鹰优化算法 (ONGO) 与多策略协同优化的北方苍鹰优化算法 (BLONGO), 在表 1 中的基准函数上进行数值寻优对比。为了保证实验结果的公平性并减少误差, 各算法独立运行 30 次, 总迭代次数为 500 次, 种群规模 30, 算法维度 30。将独立运行得到的结果取最优值、最差值、平均值和标准差, 实验结果见表 2。

表 2 不同改进策略的数值寻优对比

Table 2 Comparison of numerical optimization of different improvement strategies

函数	算法	最优值	最差值	平均值	标准差
F1	NGO	1.11E-89	1.01E-85	6.54E-87	2.23E-86
	BNGO	7.77E-217	4.82E-208	5.01E-209	0.00E+00
	LNGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	ONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	BLONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
F2	NGO	1.04E-46	3.62E-45	9.96E-46	9.82E-46
	BNGO	2.91E-113	6.59E-109	8.91E-110	1.88E-109
	LNGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	ONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	BLONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
F3	NGO	3.99E-29	4.92E-22	5.00E-23	1.30E-22
	BNGO	1.47E-150	2.91E-128	1.73E-129	6.56E-129
	LNGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	ONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	BLONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
F4	NGO	1.55E-38	1.84E-36	2.46E-37	3.96E-37
	BNGO	3.34E-98	1.68E-91	9.88E-93	3.75E-92
	LNGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	ONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	BLONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
F5	NGO	1.03E-04	1.11E-03	5.66E-04	2.63E-04
	BNGO	7.49E-05	6.20E-04	2.93E-04	1.66E-04
	LNGO	1.74E-06	8.88E-05	6.34E-05	3.46E-05
	ONGO	1.74E-06	2.48E-04	3.17E-05	5.39E-05
	BLONGO	1.63E-06	8.23E-05	3.11E-05	2.46E-05
F6	NGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	BNGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	LNGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	ONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	BLONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
F7	NGO	4.44E-15	7.99E-15	6.57E-15	1.99E-15
	BNGO	4.44E-15	7.99E-15	6.11E-15	1.78E-15
	LNGO	8.88E-16	8.88E-16	8.88E-16	1.89E-15
	ONGO	8.88E-16	8.88E-16	8.88E-16	0.00E+00
	BLONGO	8.88E-16	8.88E-16	8.88E-16	0.00E+00
F8	NGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	BNGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	LNGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	ONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	BLONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
F9	NGO	3.07E-04	3.21E-04	3.08E-04	2.88E-06
	BNGO	3.07E-04	3.08E-04	3.08E-04	3.04E-08
	LNGO	3.07E-04	3.07E-04	3.07E-04	5.06E-10
	ONGO	3.07E-04	3.07E-04	3.07E-04	3.26E-10
	BLONGO	3.07E-04	3.07E-04	3.07E-04	1.42E-10
F10	NGO	3.00E+00	3.00E+00	3.00E+00	2.17E-15
	BNGO	3.00E+00	3.00E+00	3.00E+00	1.88E-15
	LNGO	3.00E+00	3.00E+00	3.00E+00	1.45E-15
	ONGO	3.00E+00	3.00E+00	3.00E+00	9.28E-16
	BLONGO	3.00E+00	3.00E+00	3.00E+00	1.87E-16

由表 2 数据可知,本次数值实验的结果展现了算法的寻优精度及寻优稳定性。对于函数  $F1 \sim F4$  和  $F6$ , BLONGO、LNGO 和 ONGO 在最优值、最差值和平均值上均寻到了理论最优值,且寻优标准差为 0,说明增强莱维飞行策略能协助种群逃离局部最优值;小孔成像策略对当前最优值进行扰动,能够增加当前最优解的多样性,提升算法寻优精度。虽然 BNGO 未能寻到最

优值,但其求解精度较 NGO 有较大提升,且寻优性能稳定。对于函数  $F5$ 、 $F7$  和  $F9$ , BLONGO 虽未寻到理论最优值,但在各改进算法中, BLONGO 的寻优精度和稳定性都位列第一,说明协同三种改进策略的 BLONGO 具有更好的寻优性能;对于函数  $F8$ ,各算法在数值上的寻优性能一致。对于函数  $F10$ ,各算法都求得理论最优值,但 BLONGO 的寻优过程更加稳定。

综上所述,对10个基准测试函数进行数值寻优时,LNGO和ONGO的寻优精度和寻优稳定性有大幅提升,BNGO的寻优能力次之,但寻优精度和稳定性优于基本NGO。虽然不同改进策略都是有效的,但融合3种改进策略的BLONGO效果最好。为了进一步验证寻优效果,将对不同改进策略采用收敛

曲线进行对比分析。

### 3.3 不同改进策略平均收敛曲线对比

收敛曲线能够更直观地展现算法的寻优速度与精度,现将NGO、BNGO、LNGO、ONGO与BLONGO在表1中的基准函数及设定参数下运行,其平均收敛曲线如图1所示。

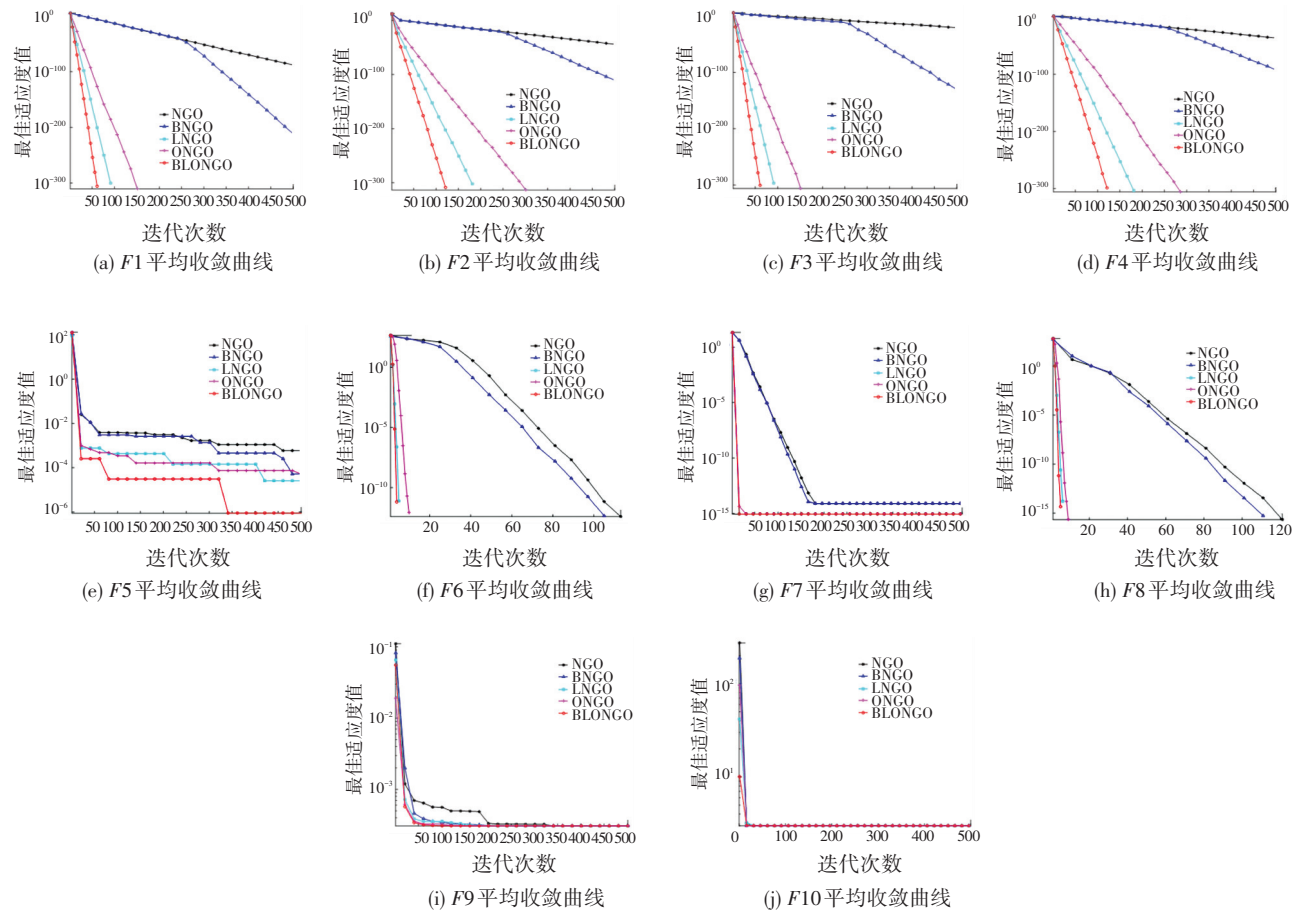


图1 不同改进策略的平均收敛曲线

Fig. 1 Average convergence curves of different improvement strategies

从图1可知,对于函数F1~F4、F6和F8, BLONGO的收敛曲线一直位于对比算法的下方,说明其不论在前期的收敛速度、还是在后期的寻优精度上,都具有优越性;对于函数F5, BLONGO相比于其他的改进算法能更好地逃离局部最优值,不断向最优值寻优;对于函数F7,虽然BNGO与NGO在最终的求解精度上相差不大,但BNGO的寻优速度更快, BLONGO、LNGO和ONGO的收敛速度和寻优精度较NGO均有大幅提升;对于函数F9和F10,各算法在寻优精度上差别不大,但添加了改进策略后的算法在收敛速度上更占优势,其中BLONGO的收敛速度最快。

综合表2的数值寻优结果和图1的平均收敛曲线可以看出:改进后的算法较原始算法具有更好的寻优精度和稳定性。在所有改进算法中, BLONGO

能不断逃离局部最优值,且具有最高的寻优精度和最快的收敛速度。

### 3.4 与其他改进算法分维度对比

将BLONGO与改进的阿基米德优化算法(SAOA)<sup>[13]</sup>、改进的鲸鱼优化算法(IWOA)<sup>[14]</sup>、CWOA<sup>[15]</sup>、改进的被囊群算法(LFATSA)<sup>[16]</sup>和改进的蝴蝶优化算法(PWMBOA)<sup>[17-18]</sup>在表1的基准测试函数上进行寻优对比。除了维度固定的多峰函数F9、F10空间维度分别设置为4、2,其余函数的空间维度分别设置为30/200/500。引用文献[13]、[14]和[15]的数据,并复现文献[16]、[17]的实验。各算法独立运行30次,总迭代次数500次,种群规模30,将各算法独立运行的结果取平均值与标准差,并记录在表3与表4中,表中的“—”表示原文献中没有对应值。

表 3 不同维度下各算法对单峰函数与多峰函数的求解结果比较

Table 3 Comparison of the solution results of unimodal functions and multimodal functions by various algorithms in different dimensions

函数	算法	30 dim		200 dim		500 dim	
		平均值	标准差	平均值	标准差	平均值	标准差
F1	SAOA <sup>[13]</sup>	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	IWOA <sup>[14]</sup>	6.54E-125	6.80E-125	2.62E-116	1.50E-116	4.85E-113	3.28E-113
	CWOA <sup>[15]</sup>	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	LFATSA	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	PWMBOA	5.07E-281	0.00E+00	2.16E-278	0.00E+00	3.74E-272	0.00E+00
F2	BLONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	SAOA <sup>[13]</sup>	2.56E-307	0.00E+00	8.00E-319	0.00E+00	3.90E-314	0.00E+00
	IWOA <sup>[14]</sup>	2.15E-73	3.64E-73	1.68E-67	1.95E-67	5.32E-66	9.60E-66
	CWOA <sup>[15]</sup>	4.56E-226	0.00E+00	9.53E-243	0.00E+00	1.24E-230	0.00E+00
	LFATSA	6.45E-202	2.88E+00	2.63E-202	0.00E+00	8.94E-202	0.00E+00
F3	PWMBOA	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	BLONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	SAOA <sup>[13]</sup>	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	IWOA <sup>[14]</sup>	1.56E-23	1.81E-23	—	—	—	—
	CWOA <sup>[15]</sup>	—	—	—	—	—	—
F4	LFATSA	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	PWMBOA	1.96E-279	0.00E+00	2.12E-279	0.00E+00	3.72E-279	0.00E+00
	BLONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	SAOA <sup>[13]</sup>	3.51E-299	0.00E+00	5.26E-297	0.00E+00	1.27E-312	0.00E+00
	IWOA <sup>[14]</sup>	7.06E-07	2.18E-06	—	—	—	—
F5	CWOA <sup>[15]</sup>	3.60E-265	0.00E+00	2.49E-214	0.00E+00	1.90E-219	0.00E+00
	LFATSA	0.00E+00	0.00E+00	2.45E-201	0.00E+00	2.67E-203	0.00E+00
	PWMBOA	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	BLONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	SAOA <sup>[13]</sup>	4.75E-05	4.37E-05	6.11E-05	7.32E-05	7.66E-05	8.17E-05
F6	IWOA <sup>[14]</sup>	2.42E-04	4.41E-04	1.44E-03	1.77E-03	2.04E-03	2.47E-03
	CWOA <sup>[15]</sup>	3.61E-05	3.73E-05	3.50E-05	3.21E-05	4.12E-05	3.56E-05
	LFATSA	4.42E-05	4.48E-05	4.55E-05	7.61E-05	5.38E-05	5.74E-05
	PWMBOA	5.20E-05	6.31E-05	5.00E-05	8.54E-05	5.46E-05	8.79E-05
	BLONGO	3.11E-05	2.46E-05	3.32E-05	2.66E-05	3.88E-05	3.28E-05
F7	SAOA <sup>[13]</sup>	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	IWOA <sup>[14]</sup>	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	CWOA <sup>[15]</sup>	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	LFATSA	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	PWMBOA	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
F8	BLONGO	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	SAOA <sup>[13]</sup>	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	IWOA <sup>[14]</sup>	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	CWOA <sup>[15]</sup>	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
	LFATSA	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

由表 3 的寻优结果可知:从纵向来看,对于函数 F1 ~ F4, BLONGO 在不同维度上均寻到理论最优值,而对比算法中,除了 IWOA 都未寻到理论最优值之外,其他算法仅在部分函数上找到理论最优值;对于函数 F5, BLONGO 虽未寻到理论最优值,但其求解精度和稳定性是对比算法里最好的,寻优效果显著;对于函数 F6 和 F8, BLONGO 与对比算法均能寻到理论值;对于函数 F7, BLONGO 与 LFATSA、PWMBOA 的寻优精度相同,高于其他对比算法。

从横向来看,各算法的求解精度随着维度的增加均有递减的趋势,这是因为种群维度的增加伴随着空间范围的扩大及计算量的提高所致。BLONGO 对维度增加的敏感性较弱,在函数 F1 ~ F4、F6 ~ F8 上其求解精度没有随着维度的增加而发生变化,而对比的 5 种算法对部分函数的求解精度有所下降;对于函数 F5, BLONGO 和对比算法的求解精度和稳定性都有所下降,但 BLONGO 的平均值与标准差仍是对比算法里表现最好的。

综上所述,无论是求解低维、还是高维问题,BLNGO在求解精度及稳定性上均存在竞争性。

从表4可知,对于2个固定维度的多峰函数,除了SAOA、IWOA和CWOA的实验数据在文献中未给出,其余的3种算法中BLNGO的平均值最接近理论最优值,且具有最小的标准差,说明BLNGO在求解维度固定的多峰函数时,具有一定的优越性。

表4 不同算法对固定维度多峰函数的求解结果比较

Table 4 Comparison of solution results of different algorithms for fixed-dimensional multimodal functions

函数	维度	算法	平均值	标准差
F9	2dim	SAOA <sup>[19]</sup>	-	-
		IWOA <sup>[20]</sup>	-	-
		CWOA <sup>[21]</sup>	-	-
		LFATSA	3.63E-03	6.73E-03
		PWMBOA	4.76E-03	4.56E-03
F10	4dim	BLNGO	3.07E-04	1.42E-10
		SAOA <sup>[19]</sup>	-	-
		IWOA <sup>[20]</sup>	-	-
		CWOA <sup>[21]</sup>	-	-
		LFATSA	3.65E+00	2.53E-10
		PWMBOA	3.96E+00	6.51E-14
		BLNGO	3.00E+00	1.87E-16

表5 Wilcoxon秩和检验结果

Table 5 Wilcoxon rank sum test results

函数	NGO	PSO	BOA	BNGO	LNGO	ONGO
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$
F1	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12	NaN
F2	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12
F3	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12	NaN
F4	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12	1.21E-12
F5	1.07E-09	3.02E-11	3.02E-11	1.17E-09	1.39E-06	3.42E-03
F6	NaN	1.21E-12	1.94E-09	NaN	NaN	NaN
F7	6.25E-10	1.21E-12	1.21E-12	NaN	1.61E-06	1.55E-03
F8	NaN	1.21E-12	1.21E-12	NaN	NaN	NaN
F10	7.46E-02	2.71E-02	3.58E-01	6.20E-01	8.59E-01	6.05E-01
F11	4.49E-03	5.12E-03	1.07E-02	6.62E-03	2.75E-02	5.12E-02
+ / = / -	7 / 2 / 1	10 / 0 / 0	9 / 0 / 1	6 / 3 / 1	7 / 2 / 1	4 / 4 / 2

## 4 BLNGO工程应用及结果分析

工程约束问题的解决方法主要分为传统方法和元启发式算法两类。其中,传统方法由于结构复杂,在实现上具有一定的困难;元启发算法虽然结构简单,但在实际工程应用中难以得到较好的精度。因此,将本文改进算法使用到工程应用优化问题中,验证其有效性和可行性。下面,以压力容器和拉力弹

## 3.5 Wilcoxon秩和检验

在之前的数值实验中,仅对比分析了各改进策略的最优值、最差值、平均值和标准差,却未从统计学上验证BLNGO的鲁棒性和可靠性。为了进一步验证BLNGO的有效性,这里将BLNGO与标准的北方苍鹰优化算法(NGO)、粒子群算法(PSO)<sup>[18]</sup>、蝴蝶优化算法(BOA)<sup>[19]</sup>、BNGO、LNGO、ONGO在 $p = 0.05$ 的显著性水平下进行Wilcoxon秩和检验。为了保证实验的公平性,各算法独立运行30次,最大迭代次数500次,种群规模30,算法维度30。当 $p$ 小于0.05时,拒绝原假设,说明2个对比算法在统计学上存在明显差异,反之接受原假设,说明2个对比算法之间差异不明显。表5中,NaN表示不适用,“+”、“-”和“=”分别代表BLNGO优于、劣于和相类似于对比算法。Wilcoxon秩和检验结果见表5。从表5的总体来看,表5内大部分 $p$ 值都小于0.05,从统计学的角度看,BLNGO与对比算法的寻优存在明显差异,进一步验证了BLNGO的鲁棒性和可靠性。

簧设计为例,进行工程约束问题的分析。

### 4.1 压力容器设计问题

压力容器设计问题的提出,是为了尽量减少圆柱形容器的材料、成型和焊接的总成本,其结构示意图如图2所示。

图2中4个设计变量分别是壳体厚度 $T_s$ 、封头厚度 $T_h$ 、壳体半径 $R$ 以及圆柱形截面长度 $L$ 。本文将正弦余弦算法(SCA)<sup>[20]</sup>、蚁狮算法(ALO)<sup>[21]</sup>、鲸

鱼优化算法 (WOA)、协同进化差分进化算法 (CDE)<sup>[22]</sup> 和协同进化粒子群优化算法 (CPSO)<sup>[23]</sup> 作为对比算法, 分别对该问题进行求解。为了保证

实验的公平性, 各算法独立运行 30 次, 总迭代次数 1 000 次, 种群规模 30, 对各算法的实验结果取平均值, 最终的计算结果见表 6。

表 6 求解压力容器设计问题的最优解对比

Table 6 Comparison of optimal solutions for pressure vessel design problem

算法	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$f(z)$
SCA	2.560 8	1.989 5	100.039 4	196.066 2	6 304.941 8
ALO	0.817 6	0.404 1	42.361 5	173.403 5	5 956.168 5
WOA	0.916 2	0.489 0	47.469 9	119.777 0	6 310.403 4
CDE	0.812 5	0.437 5	42.098 4	176.637 6	6 059.734 0
CPSO	0.812 5	0.437 5	42.091 3	176.746 5	6 061.077 7
NGO	0.778 5	0.390 4	40.328 5	199.879 7	5 903.165 0
BLONGO	0.778 2	0.384 7	40.321 4	199.974 9	5 885.390 8

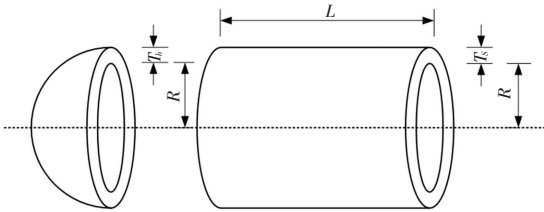


图 2 压力容器结构设计图

Fig. 2 Structure design of pressure vessel

压力容器的数学模型如下:

$$\min f(z) = 0.662 4z_1z_3z_4 + 1.778z_2z_3^2 + 3.166 1z_1^2z_4 + 19.84z_1^2z_3 \quad (16)$$

其中,  $z_1$ 、 $z_2$ 、 $z_3$  和  $z_4$  分别表示  $T_s$ 、 $T_h$ 、 $R$  以及  $L$  对应的变量值, 约束条件为:

$$\begin{cases} g_1(z) = -z_1 + 0.019 3z_2 \leq 0 \\ g_2(z) = -z_2 + 0.009 54z_3 \leq 0 \\ g_3(z) = -\pi z_3^2z_4 - \frac{4\pi z_3^3}{3} + 129 000 \leq 0 \\ g_4(z) = -z_4 + 240 \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{s.t. } 0 \leq z_1, z_2 \leq 100; 10 \leq z_3, z_4 \leq 200$$

### 4.2 拉力弹簧设计问题

拉力弹簧设计问题的目的是最小化张力弹簧的质量, 结构设计如图 3 所示。该问题包含 3 个决策变量, 分别为: 线圈直径  $d$ 、平均线圈直径  $D$  和绕线圈数  $P$ 。实验所需对比算法及参数设置与 4.1 节保持一致, 实验结果见表 7。

拉力弹簧的数学模型如下:

$$\min f(z) = z_1^2z_2(2 + z_3) \quad (18)$$

其中,  $z_1$ 、 $z_2$  和  $z_3$  分别表示  $d$ 、 $D$  和  $P$  对应的变量值, 约束条件为:

$$\begin{cases} g_1(x) = 1 - \frac{x_2^3x_3}{71 785x_1^4} \leq 0 \\ g_2(x) = \frac{4x_2^2 - x_1x_2}{12 566(x_2x_1^3 - x_1^4)} + \frac{1}{5 108x_1^2} - 1 \leq 0 \\ g_3(x) = 1 - \frac{140.45x_1}{x_2^2x_3} \leq 0 \\ g_4(x) = \frac{x_1 + x_2}{1.5} - 1 \leq 0 \end{cases} \quad (19)$$

$$0.05 \leq x_1 \leq 2, 0.25 \leq x_2 \leq 1.3, 2 \leq x_3 \leq 15$$



图 3 拉压弹簧结构示意图

Fig. 3 Tension and compression spring structure diagram

表 7 求解拉压弹簧设计问题的最优解对比

Table 7 Comparison of optimal solutions to solve tension and compression spring design problem

算法	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$f(z)$
SCA	0.054 8	0.276 6	13.451 2	0.012 747
ALO	0.050 0	0.317 4	14.027 8	0.012 719
WOA	0.064 0	0.730 0	3.087 8	0.015 193
CDE	0.051 6	0.354 7	11.410 8	0.012 670
CPSO	0.051 7	0.357 6	11.244 5	0.012 674
NGO	0.053 1	0.391 4	9.517 7	0.012 706
BLONGO	0.051 3	0.347 7	11.981 7	0.012 643

由表 6、表 7 可知, 相较于其他算法, BLONGO 能成功计算压力容器设计问题的最小成本和拉力弹簧设计问题的最小质量, 验证了 BLONGO 在求解实



际工程应用问题时的有效性与应用性。

## 5 结束语

为了改善 NGO 存在的缺陷,本文提出了多策略协同优化的北方苍鹰优化算法:在算法迭代的后半段采用最优个体引领种群位置更新,提升算法的收敛精度与速度;对标准的莱维飞行机制进行加强,使得算法在整个寻优过程中能够以更合理的步长逃离局部极值;通过引入小孔成像,对当前最优个体进行扰动,增加种群个体的多样性,并保留更具价值的当前最优个体带领种群向全局最优值靠拢,提高算法的寻优精度。为了验证改进算法的优越性和鲁棒性,将 BLONGO 与其他算法在 10 个基准测试函数、Wilcoxon 秩和检验上进行寻优对比。此外,通过 2 个工程实例问题的求解,验证了 BLONGO 在实际工程领域应用的可行性与实用性。

## 参考文献

- [1] MOHAMED A W, SABRY H Z. Constrained optimization based on modified differential evolution algorithm [J]. *Information Science*, 2012(194): 171-208.
- [2] ARHORE E G, YASAEI M, DAYYANI I. Optimisation of convolutional neural network architecture using genetic algorithm for the prediction of adhesively bonded joint strength [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2022, 65(9): 256.
- [3] YACOUBI S, MANITA G, AMDOUNI H, et al. A modified multi-objective slime mould algorithm with orthogonal learning for numerical association rules mining [J]. *Neural Computing and Applications*, 2023, 35(8): 6125-6151.
- [4] XUE Jiankai, SHEN Bo. A novel swarm intelligence optimization approach: sparrow search algorithm [J]. *Systems Science & Control Engineering*, 2020, 8(1): 22-34.
- [5] MIEJALILI S, LEWIS A. The whale optimization algorithm [J]. *Advances in Engineering Software*, 2016, 95: 51-67.
- [6] DHIMAN G, KUMAR V. Emperor penguin optimizer: A bio-inspired algorithm for engineering problems [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2018, 159: 20-50.
- [7] MIRJALILI S, MIRJALILI S M, LEWIS A. Grey wolf optimizer [J]. *Advances in Engineering Software*, 2014, 69: 46-61.
- [8] DEGHANI M, HUBÁLOVSKÝ Š, TROJOVSKÝ P. Northern goshawk optimization: A new swarm-based algorithm for solving optimization problems [J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 162059-162080.
- [9] OUYANG Chengtian, LIU Yujia, ZHU Donglin. An adaptive chaotic sparrow search optimization algorithm [C]//2021 IEEE 2<sup>nd</sup> International Conference on Big Data, Artificial Intelligence and Internet of Things Engineering (ICBAIE). Nanchang, China: IEEE, 2021: 76-82.
- [10] QIAO Weibiao, YANG Zhe, KANG Zhangyang, et al. Short-term natural gas consumption prediction based on Volterra adaptive filter and improved whale optimization algorithm [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2020, 87: 103323.
- [11] XING Z. An improved emperor penguin optimization based multilevel thresholding for color image segmentation [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2020, 194: 105570.
- [12] 滕志军,吕金玲,郭力文,等.一种基于 Tent 映射的混合灰狼优化的改进算法 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2018, 50(11): 40-49.
- [13] 罗仕杭,何庆.融合 Sin 混沌和分段权值的阿基米德优化算法 [J]. *计算机工程与应用*, 2022, 58(14): 63-72.
- [14] 龙文,蔡绍洪,焦建军,等.求解大规模优化问题的改进鲸鱼优化算法 [J]. *系统工程理论与实践*, 2017, 37(11): 2983-2994.
- [15] 王坚浩,张亮,史超,等.基于混沌搜索策略的鲸鱼优化算法 [J]. *控制与决策*, 2019, 34(9): 1893-1900.
- [16] 梁建明,何庆.莱维飞行和反馈策略的自适应被囊群算法 [J]. *小型微型计算机系统*, 2023, 44(1): 68-74.
- [17] 李守玉,何庆,杜逆索.分段权重和变异反向学习的蝴蝶优化算法 [J]. *计算机工程与应用*, 2021, 57(22): 92-101.
- [18] POLI R, KENNEDY J, BLACKWELL T. Particle swarm optimization [J]. *Swarm Intelligence*, 2007, 1(1): 33-57.
- [19] ARORA S, SINGH S. Butterfly optimization algorithm: A novel approach for global optimization [J]. *Soft Computing*, 2019, 23(3): 715-734.
- [20] MIRJALILI S. SCA: A sine cosine algorithm for solving optimization problems [J]. *Knowledge-based Systems*, 2016, 96: 120-133.
- [21] MIRJALILI S. The ant lion optimizer [J]. *Advances in Engineering Software*, 2015, 83: 80-98.
- [22] HUANG F, WANG L, HE Q. An effective co-evolutionary differential evolution for constrained optimization [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, 186(1): 340-356.
- [23] HE Qie, WANG Ling. An effective co-evolutionary particle swarm optimization for constrained engineering design problems [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2007, 20(1): 89-99.